

25.3

OFERECE
VICTOR F. B. DE MELLO

CÁLCULO DA CURVA REAL DE FREQUÊNCIA DE
DISTRIBUIÇÃO DO GRAU DE COMPACTAÇÃO EM
BARRAGENS DE TERRA

Victor F. B. de Mello
Consultor da Barragem de Três Marias
Diretor de Serviços

Evelyna Blöem Souto Silveira
Engenheiro-Chefe, Setor de Estatística
e Pesquisa

Geotécnica S. A., Engenheiros Consultores

SUMÁRIO

Foi desenvolvido um processo para cálculo da curva de frequência do grau de compactação de barragens de terra, levando em conta os erros decorrentes do emprêgo de um só valor do grau de compactação determinado por ensaio em cada lote, no lugar do eventual valor real que seria estatisticamente determinado através de vários ensaios. Levou-se em conta o fato de que especificações típicas requerem a recompactação de lotes que tiverem fornecido valores inferiores a uma certa porcentagem. O método proposto utiliza a determinação estatística da porcentagem de lotes com grau de compactação inferior à mínima permitida pela especificação, de modo a refletir a situação real do atérro, intermediária entre a condição estabelecida por todos os valores obtidos, antes e após a recompactação, e a situação ideal, em que seria considerado justificado rejeitar todos os valores inferiores ao da especificação. Foram preparados roteiros de cálculo, para facilitar a aplicação do método. Como exemplo, foi calculada a curva de compactação de certo trecho da Barragem de Três Marias, em Minas Gerais.

SUMMARY

The article presents a method that has been developed for the computation of the frequency curves of the degree of compaction achieved in the construction of an earth dam, taking into due account the errors involved in using a single determination of the percent compaction of each lot, in place of the real value that would be established statistically on the basis of several such determinations. It must be reflected that construction specifications commonly require the recompaction of lots that possess a compaction value smaller than the minimum specified. The proposed method employs the statistical determination of the percentage of lots with a degree of compaction smaller than the minimum specified, with a view to representing the true product achieved on the fill; this true frequency curve is ne-

necessarily intermediate between that computed on the basis of every single density determination (including those before and after recompaction) and the ideal curve that would obtain if it were considered justifiable to reject all values below the minimum specified. The computation procedures have been developed for application together with appropriate forms. As an example, the frequency curve has been computed for a certain zone of the Três Marias Dam.

1 — INTRODUÇÃO

As especificações comuns para a construção de barragens de terra compactada exigem um certo grau de compactação, que só pode ser interpretado, para fins de controle, como o valor mínimo exigido. Desta feita resulta que, após compactados determinados volumes de terra ou determinadas camadas, se o ensaio de comprovação procedido pela equipe de fiscalização indicar um valor de grau de compactação inferior ao exigido na especificação, o lote respectivo (volume ou camada), é submetido à recompação. Surge portanto uma interferência arbitrária sobre a distribuição natural de valores de grau de compactação que seriam alcançados em função das condições de compactação especificadas (espessura da camada, pressão do rolo, número de passadas, umidade, etc.) e do tipo de solo em emprêgo. O conhecimento adequado da qualidade do maciço compactado não dispensa porém a representação correta da nova distribuição dos grans de compactação assim produzidos.

O problema consiste, portanto, no cálculo da curva de compactação de uma barragem, levando em conta os erros decorrentes do emprêgo de um só valor de grau de compactação determinado por ensaios em cada lote, no lugar do eventual valor real que seria estatisticamente determinado através de vários ensaios.

No caso específico que empregamos a seguir para elucidar o assunto, a recompação foi feita, conforme a especificação, sempre que o ensaio forneceu valores de grau de compactação inferiores a 95%. O erro decorrente de heterogeneidades naturais bem como da imprecisão de ensaio acarretou, entretanto, a não recompação de certos lotes em que o grau de compactação era inferior a 95%.

Na apresentação da curva de compactação existem três alternativas a considerar:

- 1 — considerar todos os graus de compactação obtidos por ensaio;
- 2 — abandonar os valores de grau de compactação inferiores a 95%, pois êstes, pela recompação dos lotes, foram substituídos por novos valores acima de 95%;
- 3 — procurar determinar estatisticamente a porcentagem de lotes com grau de compactação inferior a 95%, não acusados nas determinações, e portanto não recompactados.

O primeiro caso representa uma situação sem significado e de valor puramente tradicional, por ter sido usado correntemente, embora sem muita base científica. O segundo caso representa a situação ideal, em que seria considerado justificado rejeitar todos os valores inferiores ao da especificação, não levando em conta os erros implícitos na medida desse grau de compactação; dado que existe este erro, por ser a medida realizada com um único ensaio por lote, a curva não representa fielmente a situação do grau de compactação do atêrrro, mas sim dos seus valores determinados em ensaios. O terceiro caso representa a verdadeira situação do atêrrro, cujo cálculo procuramos estabelecer.

2 — DESENVOLVIMENTO DO PROCESSO

Sejam:

x = valores do grau de compactação determinados por ensaio

X = valores do grau de compactação real

ϵ = erro proveniente da determinação pelo ensaio

Temos evidentemente:

$x = X + \epsilon$, em que ϵ tem uma distribuição normal* de média $\mu(\epsilon) = 0^{**}$ e desvio padrão $\sigma^2(\epsilon)$.

De $x = X + \epsilon$

decorre $\sigma^2(x) = \sigma^2(X) + \sigma^2(\epsilon)$

Desta igualdade é possível calcular $\sigma^2(\epsilon)$, desde que façamos $\sigma^2(X) = 0$

Para isto, calculamos o desvio padrão para um mesmo lote, isto é, para um determinado valor de X .

Uma pesquisa realizada para a verificação das variações nos valores do grau de compactação, dentro de um mesmo lote, permitiu avaliar a curva normal de distribuição dos erros, com o que se pode fazer o cálculo de sua probabilidades.

Embora assinalemos que essa curva de distribuição normal deva ser determinada por meio de várias pesquisas semelhantes, realizadas em vários lotes, admitiremos aqui, para um primeiro tratamento do problema, os valores obtidos na pesquisa realizada em um só lote.

(*) Como costuma ser a distribuição dos erros.

(**) Porque admitimos que não há erros sistemáticos.

Através da retirada de 10 amostras de um mesmo lote, a pesquisa realizada conduziu ao seguinte resultado:

$$\sigma(x) = \sigma(\epsilon) = 2,26$$

Com este valor foi calculada a tabela I, que fornece a probabilidade dos diversos erros.

Ensaio efetuados nos diferentes lotes (um ensaio para cada lote) nos fornecem os graus de compactação, e sua frequência, na parte da barragem já executada e em estudo.

Consideremos a porcentagem dos lotes com $X < 95\%$, que fica na barragem após a compactação e a despeito do controle respectivo. Esta porcentagem só será maior de que 0 devido ao erro na determinação do grau de compactação. Se este erro fosse nulo, aquela porcentagem seria nula, e a curva construída pelo segundo processo do ítem 1 (curva n.º 2 da figura) seria a representativa do grau de compactação do atêrrado.

Entretanto, alguns lotes que apresentam $x = 95\%$ possuem na realidade grau de compactação $X < 95\%$. O mesmo acontece com alguns lotes com $x = 96\%$, $x = 97\%$, etc.

A probabilidade de ocorrerem lotes com $X = 94\%$ é portanto a soma das probabilidades de lotes com $x = 95\%$ e probabilidade de erro de -1% , lotes com $x = 96\%$ e probabilidade de erro de -2% , lotes com $x = 97\%$ e probabilidades de erro de -3 , etc.* Por sua vez, a probabilidade de lotes com $x = 95\%$ terem erro de ensaio de -1% é dada pelo produto de ambas as probabilidades.**

Este processo foi sistematizado sob a forma de um roteiro de cálculo constante da tabela III, em que os valores da % do grau de compactação da coluna 2 são as frequências determinadas por ensaios e constantes da tabela I; os valores contidos em quadrados (i.j.) são dados pelos produtos de % da linha i pela probabilidade da coluna j ; os valores da coluna "Total" são dados pelas somas dos valores dos quadrados, em diagonal; e os valores da coluna "Final" são dados pela diferença entre o valor da segunda coluna e a soma dos valores das 7 colunas seguintes, em cada linha i .

OBSERVAÇÕES

1 — A probabilidade de erro existe ao longo de toda a curva de compactação; entretanto, só apresenta interesse a zona inicial, não só por ser a zona crítica, como porque os demais pontos fornecem e recebem contribuição de outros, não apresentando, no total, variações sensíveis.

2 — Admite-se que a curva de distribuição de erros do lote recompactado é a mesma que a do lote simples.

(*) Teorema: se dois eventos são mutuamente exclusivos, a probabilidade de suceder ou um ou outro é a soma das probabilidades dos eventos ocorrerem separadamente.

(**) Teorema: se dois eventos são independentes, a probabilidade de ocorrerem simultaneamente os dois eventos é o produto das probabilidades destes ocorrerem isoladamente.

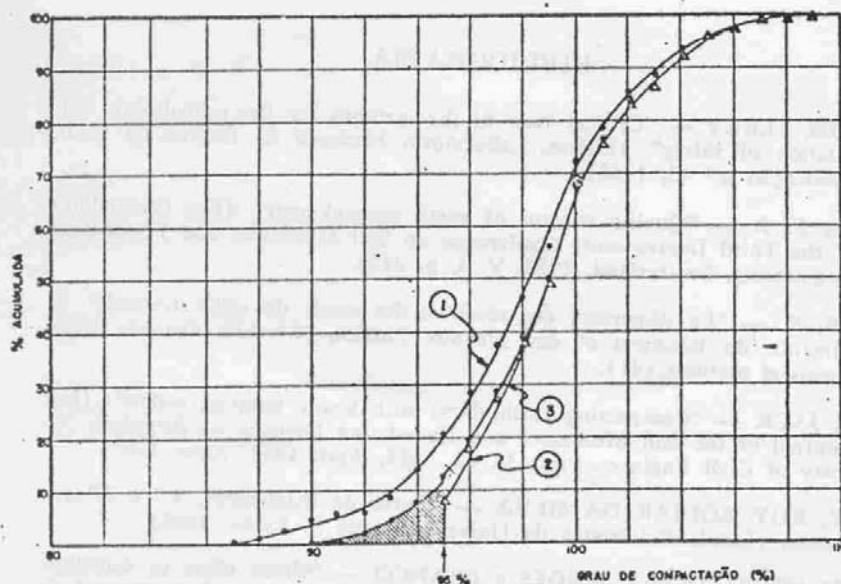
3 — EXEMPLO DE APLICAÇÃO. CÁLCULO DE CURVAS DE COMPACTAÇÃO COM UM MATERIAL TÍPICO EMPREGADO NA BARRAGEM DE TRÊS MARIAS

Ensaios realizados em diversos lotes, durante a compactação, forneceram os valores constantes da tabela II, para um determinado trecho da barragem.

Utilizando os dados da tabela I, calculamos a seguir as percentagens de lotes com $X < 95\%$, segundo o roteiro de cálculo indicado no ítem 2 (tabela III).

Os resultados determinados nessa tabela, acrescidos dos constantes da tabela II, conduzem aos valores da tabela IV com os quais construímos a figura anexa, na qual assinalamos para a devida comparação as três curvas correspondentes aos itens 1, 2 e 3 da Introdução.

- (1) CURVA COM TODOS OS PONTOS (valor tradicional)
- (2) CURVA COM PONTOS $X \geq 95\%$ (sem considerar erro de medida)
- (3) CURVA REAL (calculada estatisticamente)



CURVAS DE FREQUÊNCIA DE GRAU DE COMPACTAÇÃO

BARRAGEM DE TRÊS MARIAS (MINAS GERAIS)

MATERIAL DOS CONDUTOS

CONCLUSÕES

Permitimo-nos supor que a curva assim construída representa na realidade, tanto quanto possível, o estado de compactação da barragem.

A eliminação, ou pelo menos diminuição da zona com $X < 95\%$ (área hachurada na figura), se poderá fazer por dois meios:

- pela tentativa de diminuir o desvio padrão dentro do lote, por meio de medidas tendentes a homogeneizar o terreno, as condições de compactação e os ensaios;
- pela exigência de um grau de compactação mínimo superior aos 95% acima mencionados.

Tanto um quanto outro, inevitavelmente trarão onus adicionais à obra, sendo necessário avaliar em que condições e até que ponto convém adotá-los.

BIBLIOGRAFIA

- BORGES, FERRY — "Critical view of the methods for the probabilistic calculation of safety". (Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, publicação n.º 43, 1952).
- DAVIS, F. J. — "Quality control of earth embankment". (Em Proceedings of the Third International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Switzerland, 1953, V. I, p. 218).
- HABIB, P. — "La dispersion des résultats des essais de sols". (Annales de l'Institut du Bâtiment et des Travaux Publics, N.º 130, Octobre 1958, Essais et mesures (41)).
- HILF, JACK — "Compacting earth dams with heavy tamping rollers". (Em Journal of the Soil Mechanics and Foundation Division — American Society of Civil Engineers-Proc. V. 83, SM2, April 1957, paper 1205).
- LEME, RUY AGUIAR DA SILVA — "Curso de Estatística". 1.º e 2.º volumes. (Escola Politécnica da Universidade de S. Paulo, 1958).
- NASCIMENTO, ULPIO, SIMÕES e BRANCO — "Notas sobre os trabalhos relativos à compactação apresentados no 3.º Congresso Internacional de Mecânica dos Solos e Fundações". (Lisboa, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, publicação 58, 1954).
- U. S. BUREAU OF RECLAMATION — "Equalizing reservoirs dams and the Feeder canal". (Technical record of design and construction — Denver

TABELA I
CÁLCULO DAS PROBABILIDADES DE ERROS ϵ

Erro compreendido entre:	Probabilidade
0,5 a 1,5	0,1560
1,5 a 2,5	0,1214
2,5 a 3,5	0,0828
3,5 a 4,5	0,0275
4,5 a 5,5	0,0159
5,5 a 6,5	0,0054
6,5 a 7,5	0,0015
7,5 a 8,5	0,0004

TABELA II
FREQÜÊNCIAS DOS GRAUS DE COMPACTAÇÃO

Grau de Compactação	f	%	% Ac.	%	% Ac.
87	1	0,3	0,3		
88	2	0,6	0,9		
89	4	1,3	2,2		
90	6	1,9	4,1		
91	1	0,3	4,4		
92	5	1,6	6,0		
93	8	2,5	8,5		
94	17	5,3	13,8		
95	22	6,9	20,7	8,0	8,0
96	26	8,2	28,9	9,5	17,5
97	27	8,5	37,4	9,9	27,4
98	30	9,4	46,8	10,9	38,3
99	30	9,4	56,2	11,0	49,3
100	53	16,7	72,9	19,4	68,7
101	19	6,0	78,9	6,9	75,6
102	21	6,6	85,5	7,6	83,2
103	10	3,1	88,6	3,6	86,2
104	16	5,0	93,6	6,6	93,4
105	8	2,5	96,1	2,8	96,2
106	5	1,6	97,7	1,6	97,8
107	6	1,9	99,6	2,1	99,9
108	0	0,0	99,6	0	99,9
109	1	0,3	99,6	0,2	100,1

TABELA III
ROTEIRO DE CÁLCULO DA PORCENTAGEM DE LOTES CORRIGIDA

G.C. x %	E % Peso %	TOTAL							G.C.	FINAL	G.C.	
		1	2	3	4	5	6	7	x %	(f - Σj)	x %	
85	8,0	1,25	0,97	0,65	0,22	0,13	0,04	---		4,73	95	
86	9,5		1,15	0,79	0,26	0,15	0,05	0,01		7,09	96	
87	9,9			0,82	0,27	0,16	0,05	0,01	0,05	89	8,59	97
88	10,9				0,30	0,17	0,05	0,02	0,19	90	10,36	98
89	11,0					0,18	0,06	0,02	0,44	91	10,74	99
90	19,4						0,10	0,03	1,15	92	19,27	100
91	6,9							0,01	2,29	93	6,69	101
									3,81	94		

TABELA IV
PORCENTAGENS DE GRAUS DE COMPACTAÇÃO

G.C. (%)	%	% Ac.
90	0,2	0,2
91	0,4	0,6
92	1,2	1,8
93	2,3	4,1
94	3,8	7,9
95	4,7	12,6
96	7,1	19,7
97	8,6	28,3
98	10,4	38,7
99	10,7	49,4
100	19,3	68,7
101	6,9	75,6
102	7,6	83,2
103	3,6	86,3
104	6,6	93,4
105	2,3	96,8
106	1,6	97,8
107	2,1	99,9
108	0	99,9
109	0,2	100,1